

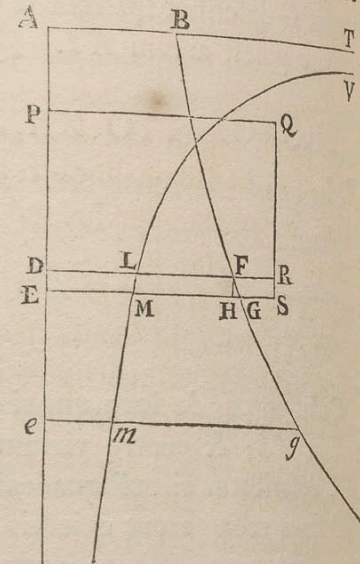
PROPOSITIO XXXIX. PROBLEMA XXVII.

Posita cujuscunque generis vi centripeta, & concessis figurarum curvilinearum quadraturis, requiritur corporis recta ascendentis vel descendens tum velocitas in locis singulis, tum tempus quo corpus ad locum quemvis perveniet: Et contra.

De loco quovis A in recta $ADEC$ cadat corpus E , deque loco ejus E erigatur semper perpendicularis EG , vi centripetæ in loco illo ad centrum C tendenti proportionalis: Sitque BFG linea curva quam punctum G perpetuo tangit. Coincidat autem EG ipso motus initio cum perpendiculari AB , & erit corporis velocitas in loco quovis E ut recta, quæ potest aream curvilineam $ABGE$. *Q. E. I.*

In EG capiatur EM rectæ, quæ potest aream $ABGE$, reciproce proportionalis, & sit VLM linea curva, quam punctum M perpetuo tangit, & cujus asymptotos est recta AB producta; & erit tempus, quo corpus cadendo describit lineam AE , ut area curvilinea $ABTVME$. *Q. E. I.*

Etenim in recta AE capiatur linea quam minima DE datæ longitudinis, sitque DLF locus lineæ EMG , C ubi corpus versabatur in D ; & si ea sit vis centripeta, ut recta, quæ potest aream $ABGE$, sit ut descendens velocitas: erit area ipsa in duplicata ratione velocitatis, id est, si pro velocitatibus in D & E , scribantur V & $V + I$, erit area $ABFD$ ut VV , & area $ABGE$ ut $VV + 2VI + II$, & divisim area $DFGE$ ut $2VI + II$, ideoque $\frac{DFGE}{DE}$ ut



ut $\frac{2VI + II}{DE}$, id est, si primæ quantitatum nascentium rationes sumantur, longitudo DF ut quantitas $\frac{2VI}{DE}$, ideoque etiam ut quantitatis hujus dimidium $\frac{1 \times V}{DE}$. Est autem tempus, quo corpus cadendo describit lineolam DE , ut lineola illa directe & velocitas V inverse, estque vis ut velocitatis incrementum I directe & tempus inverse, ideoque si primæ nascentium rationes sumantur, ut $\frac{1 \times V}{DE}$, hoc est, ut longitudo DF . Ergo vis ipsi DF vel EG proportionalis facit ut corpus ea cum velocitate descendat, quæ sit ut recta quæ potest aream $ABGE$. *Q. E. D.*

Porro cum tempus, quo quælibet longitudinis datæ lineola DE describitur, sit ut velocitas inverse, ideoque inverse ut linea recta quæ potest aream $ABFD$; sitque DL , atque ideo area nascentis $DLME$, ut eadem linea recta inverse: erit tempus ut area $DLME$, & summa omnium temporum ut summa omnium arearum, hoc est (per corol. lem. iv.) tempus totum quo linea AE describitur ut area tota $ATVME$. *Q. E. D.*

Corol. 1. Si P sit locus, de quo corpus cadere debet, ut urgente aliqua uniformi vi centripeta nota (qualis vulgo supponitur gravitas) velocitatem acquirat in loco D æqualem velocitati, quam corpus aliud vi quacunque cadens acquisivit eodem loco D , & in perpendiculari DF capiatur DR , quæ sit ad DF ut vis illa uniformis ad vim alteram in loco D , & compleatur rectangulum $PDRQ$, eique æqualis abscindatur area $ABFD$; erit A locus de quo corpus alterum cecidit. Namque completo rectangulo $DRSE$, cum sit area $ABFD$ ad aream $DFGE$ ut VV ad $2VI$, ideoque ut $\frac{1}{2}V$ ad I , id est, ut semissis velocitatis totius ad incrementum velocitatis corporis vi inæquabili cadentis; & similiter area $PQRD$ ad aream $DRSE$ ut semissis velocitatis totius ad incrementum velocitatis corporis uniformi vi cadentis; sintque incrementa illa (ob æqualitatem temporum nascentium) ut vires generatrices, id est, ut ordinatim applicatæ DF , DR , ideoque ut areæ nascentes $DFGE$, $DRSE$; erunt ex æquo areæ totæ $ABFD$, $PQRD$ ad invicem ut semissis totarum velocitatum, & propterea, ob æqualitatem velocitatum, æquantur.

R

Corol.